Bergische Universität Wuppertal

Fachbereich C

Sommersemester 2007

Physikalisches Praktikum 1

Versuch Versuchno
Versuchsthema

Verfasser:
Moritz Schubotz

Betreuer:
Sebastian Weber

Abgabetermin:

0 Ausgangssituation

Im heutigen Versuch geht es darum das Magnetfeld einer Spule zu vermessen. Dazu verwenden wir eine Hallsonde.

0.1 Funktionsprinzip der Hallsonde

Abbildung 1 Illustration des Hall-Effekts
Legende:
1. Elektronen
2. Hallsensor/-element
3. Magneten
4. magnetisches Feld
5. Spannungsquelle

In Abbildung A wird im oberen Bereich ein Elektronenüberschuss (durch die blaue Farbe symbolisiert), im unteren Bereich ein Elektronenmangel (rote Farbe) erzeugt. In den Abbildungen B und C ist der Elektronenfluss bzw. der Magnet in eine andere Richtung gebracht worden, weshalb die Polarisierung des Hallelementes umgekehrt ist. Wird sowohl der Elektronenfluss, als auch das magnetische Feld umgekehrt (Abbildung D), entsteht wie in Abbildung A ein Elektronenmangel im unteren Bereich.

Bei der Hallsonde sind den 4 Seiten der Platten Anschlüsse. In vertikaler Richtung „entsteht" die Hallspannung. U_H. Der Strom der im Bild durch die Batterie fließt wird im Versuch als Hallstrom I_H bezeichnet. U_H ist zwar relativ klein könnte aber mit einem Messverstärker Problemlos gemessen werden. Und zwar so:

0.2 Berechnung der Hallspannung

Betrachtet man im Bild die entstehenden Kräfte (und vernachlässigt man die Gravitation):

$$\vec{F_L} = q\vec{v}\times\vec{B} = qvB\sin(\sphericalangle(v,B)), \quad \Rightarrow \left(F_L = qvB\right) \Leftrightarrow \vec{v}\perp\vec{B} \qquad (1)$$

$$F_{el} = QE \text{ E=elktrisches Feld Q=Ladung} \qquad (2)$$

Diese Kräfte stehen im Gleichgewicht also ist und fasst die Hallsonde als Kondensator auf so erhält man für die Hallspannung:

$U_H = vBb$ setzt man v ein erhält man $U_H = \frac{1}{ne}\frac{I_H B}{d}$. Hat man keinen Messverstärker, kann man eine Kompensationsschaltung verwenden.

0.3 Kompensationsschaltung

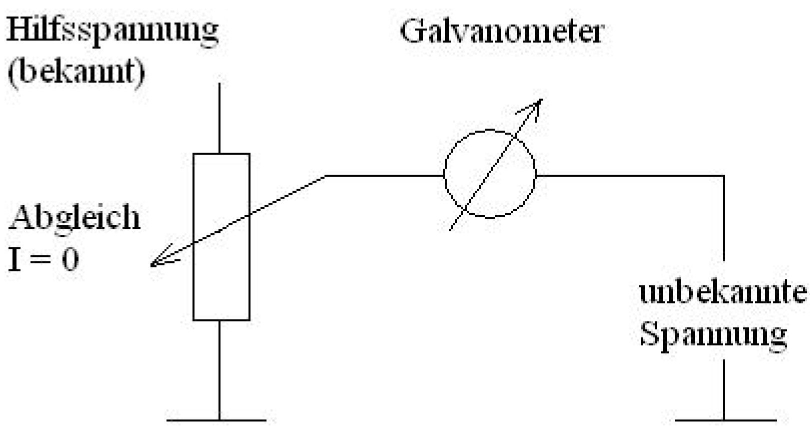


Abbildung 2 Schema der Poggendorf´schen Kompensationsschaltung

Ist der Widerstand des Potentiometers so groß dass am Ausgang die gleiche Spannung anliegt wie die „unbekannte Spannung" kann kein Strom fließen da die Potentialdifferenz 0 ist. Offensichtlich kann man durch erweitern der Schaltung durch einen 2. Widerstand der an eine bekanntes Spannung angeschlossen ist ein den Widerstand im Bereich „unbekannte Spannung“ messen. Diese Schaltung nennt man dann Wheatstonesche Brückenschaltung

0.4 Inhalt

1 Einstellen der Maximalen Kompensationsspannung

1.1 Aufbau

Der Versuch wurde wie im Versuchsheft beschrieben aufgebaut:

Abbildung 3 Gesamtschaltbild

1. Anschluss der Spule

Wir schließen die Spule an das zugehörige Netzteil an und stellen dies maximal auf eine Stromstärke von ungefähr 1A ein. Dabei kontrollieren wir über die emittierte Hallspannung bzw. den emittierten Hallstrom die Polung der Spule - wir möchten eine positive Hallspannung erhalten, dementsprechend wird die Spule gepolt.

2. Hallstrom anschließen

Nun wird die Spannungsquelle für die Hallspannung (mit **richtiger** Polung) an die vorgesehenen Anschlüsse an der Versuchsapparatur angeschlossen (12V). Der maximale Hallstrom wird bei unserer Sonde (Typ SV231) auf ca. $100mA$ eingestellt.

3. Maximale Kompensationsspannung justieren

wir stellen nun über das Potentiometer P_M und dem Potentiometer P_K eine Kompensationsspannung ein, sodass $I_0 = 0A$. Dabei sollte das Kompensationspotentiometer P_K so eingestellt werden, dass es auf einer der Nullpositionen steht ($0,1$; $0,2$; ...), um die nachfolgenden Messungen zu erleichtern. Die Anzeige des Potentiometers gibt an, in welchem Verhältnis R_2 zu $R_1 + R_2$ steht. U_{KM} (die Kompensationsspannung) sollte während der Versuche immer wieder kontrolliert und korrekt aufgetragen werden.

2 Eichung der Hallsonde

In diesem Versuchsteil sollen vor allem die Hallkonstante, sowie die Elektronenkonzentration in ihr bestimmt werden. Außerdem soll die Proportionalität zwischen Hallstrom und Hallspannung gezeigt werden.

2.1 Punkt des stärksten B-Feldes

2.1.1 Aufbau und Durchführung:

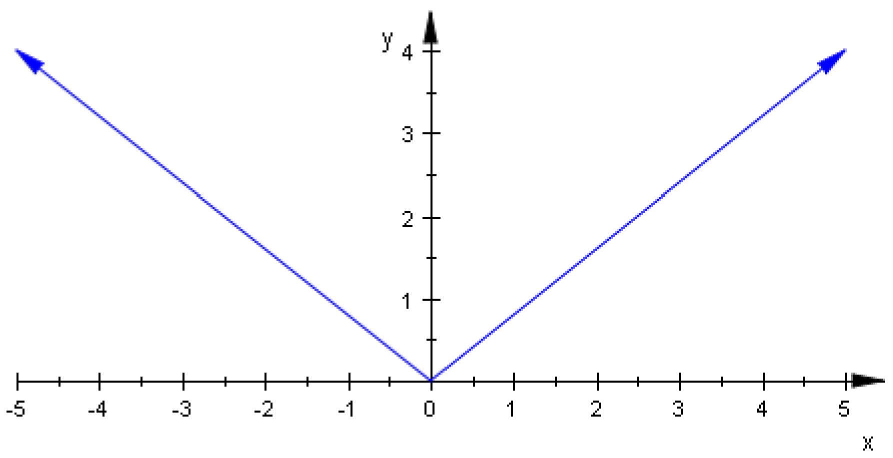
Zuerst wollen wir den punkt auf der Symmetrieachse der Spule bestimmen, in dem das B-Feld bzw. die Hallspannung am stärksten ist. Dieser wird benötigt, da nur dort annähernd das Feld einer unendlich langen Spule angenommen werden kann. Die Stärke der Hallspannung kann man einfach über die oben erklärte Kompensationsspannung mit Hilfe des Potentiometers P_K feststellen - dies ist hier natürlich nur grob abschätzend notwendig, um das Maximum zu finden.
Sobald dieser Punkt gefunden wurde, werden die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 ausgemessen (Teil 1) und damit das B-Feld mit
(1) $B_z = \frac{1}{2}\mu_0 \cdot I_S \cdot N \cdot (cos\vartheta_1 - cos\vartheta_2)$ berechnet.
Das Ergebnis wird schließlich verglichen mit der genäherten Gleichung für die unendlich lange Spule:
(2) $B_z = \mu_0 \cdot I_S \cdot N$

2.1.2 Messungen / Beobachtungen:

$l_{Spule} = 0.1m$; $r_{\text{Spule, innen}} = 0.04m$ $I_S = 1A$ $N = 13000 \cdot \frac{1}{m}$

Rechnung 1 Bestimmung von Theta (Spule als Radialsymmetrisches Schwerpunktssystem.)

```
l:=matrix([5,0]): r_r:=matrix([5,4]):r_l:=matrix([-5,4]):
plot(plot::Arrow2d(r_r), plot::Arrow2d(r_l), Scaling=Constrained):
`&thetav;`._1=float(linalg::angle(l,r_r)/PI*180);
```




```
`&thetav;`._2=float(linalg::angle(l,r_l)/PI*180);
1/2*(cos(`&thetav;`._1)-cos(`&thetav;`._2))=eval(cos(`&thetav;`._1)-
cos(`&thetav;`._2))/2
```

$\vartheta_1 = 38.7$

$$\vartheta_2 = 141.0$$

$$\frac{\cos(\vartheta_1)}{2} - \frac{\cos(\vartheta_2)}{2} = 0.786$$

Dieses ist in Näherung 1.
Also kann Formel 2 für qualitative Aussagen verwendet werden. Da es aber keinen großen Aufwand darstellt mit einem konstanten Faktor zu multiplizieren sahen wir von der Verwendung von Formel 2 ab und verwendeten Formel 1 zur genauen Berechnung. Damit ist das Magnetfeld 0,128T stark.

3 Abhängigkeit zwischen Magnetfeld und Hallspannung sowie Bestimmung der Hallkonstante

3.1 Aufbau und Durchführung:

Wir belassen die Hallsonde nun an dem oben gemessenen Punkt des stärksten B-Feldes und wollen nun die Abhängigkeit der Hallspannung vom B-Feld untersuchen. Dazu variieren wir den Spulenstrom zwischen 0 und 1A. Mit diesem Spulenstrom und Gleichung (2) können wir so das B-Feld berechnen und mit der Hallspannung:

$$(3)\ U_H = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{KM} = P_{Komp} \cdot U_{KM}$$

zusammen kann dies nun grafisch aufgetragen und die ’Steigung’ $\frac{U_H}{B}$ berechnet werden.

3.2 Messwerte / Berechnungen:

$I_{Hall} = 0{,}1A$; $U_{KM} = 85mV \pm 1mV$; $\Delta I_{Spule} = 0{,}01A$

Name	Wert	Einheit	fabs
U_KM	0,143	V	0,01
µ_0	1,257E-05	Vs/(Am)	0
N	13000		
Endlich Korrektur	0,786		

Eingestellt				Gemessen				Berechnet				Berechnet			
Einheit	A	%	A	Einheit		%	0	Einheit	mT	%	mT	Einheit	mV	%	mV
Name	Strom	frel	fabs	Name	Wert	frel	fabs	Name	Magn	frel	fabs	Name	Spann	frel	fabs
I_Sp	0	0%	0,010	P_komp	58	0%	2	B	0	0%	2	U_H	8	0%	2
I_Sp	0,21	5%	0,010	P_komp	90	2%	2	B	27	7%	2	U_H	13	16%	2
I_Sp	0,41	2%	0,010	P_komp	119	2%	2	B	53	4%	2	U_H	17	12%	2
I_Sp	0,61	2%	0,010	P_komp	146	1%	2	B	78	3%	2	U_H	21	10%	2
I_Sp	0,81	1%	0,010	P_komp	174	1%	2	B	104	2%	2	U_H	25	8%	2
I_Sp	1,01	1%	0,010	P_komp	200	1%	2	B	130	2%	2	U_H	29	7%	2

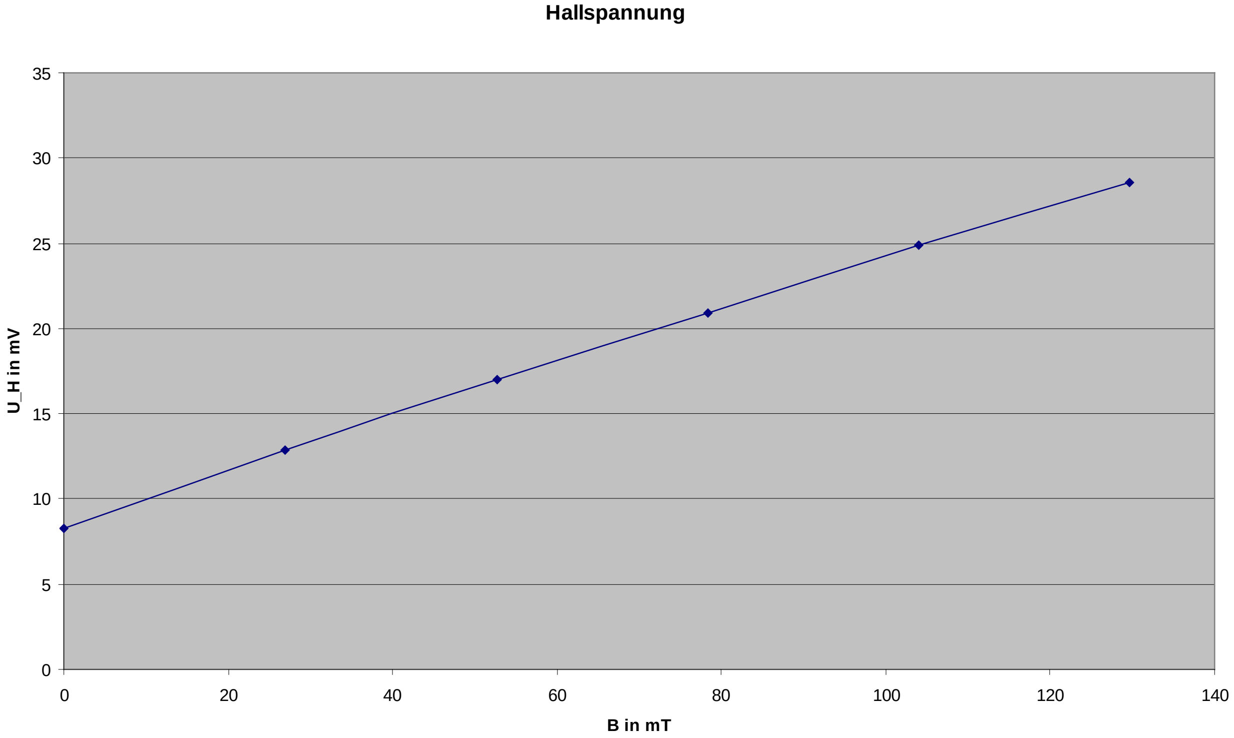
Die Fehler berechnen sich wie folgt:

$$\Delta U_{Hall} = \sqrt{(P_{Komp} \cdot \Delta U_{KM})^2 + (U_{KM} \cdot \Delta P_{Komp})^2} \text{ (mit (3))}$$

$$\Delta B = \mu_0 \cdot N \cdot \Delta I = 0{,}49 \cdot 10^{-3} T$$

$$\Delta P_{Komp} = 0{,}01$$

den linearen Zusammenhang erkennt man aber zweifellos ohne Regressionsgrade:



3.3 Auswertung:

Aus den Zusammenhängen zwischen B-Feld und Hallspannung ergibt sich nun:

$U_H = R_H \cdot I_H \cdot \frac{B}{d}$ => $R_H = \frac{U_H}{B} \cdot \frac{d}{I_H}$

Der Term $\frac{U_H}{B} := a$ ist aus der Geraden abzutragen. Somit ist auch R_H berechenbar. (die Sondendicke d ist hier $d = 2.5\mu m \pm 0.5\mu m$

Für a erhalten wir nach der aufgetragenen Kurve: $a = 1,25\frac{V}{T} \pm ca.0,01$(ca. $0,8\,\%$ Ablesefehler - geschätzt, Die übrigen Fehler von U_{Hall} und I_{Spule} sollten durch die Lineare Regression bzw. durch die fehlerkorrigierende Approximation an der Geraden weitestgehend kompensiert worden sein)

=> $R_{Hall} = a \cdot \frac{d}{I_H} = 3,255 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{As} = 32,55 \frac{cm^3}{As}$

Für den Fehler ergibt sich hier

$\Delta R_{Hall} = \sqrt{(\frac{d}{I_H} \cdot \Delta a)^2 + (\frac{a}{I_H} \cdot \Delta d)^2} = 6,516 \cdot 10^{-6} \frac{m^3}{As} = 6,516 \frac{cm^3}{As}$ (Fehler von $20\,\%$! Dabei ist der Fehler von I_H noch nicht berücksichtigt, da er im Verhältnis zu Δd sehr gering ist.

=> $R_{Hall} = 32,55 \frac{cm^3}{As} \pm 6,516 \frac{cm^3}{As}$

3.4 Ergebnis:

Die Hallkonstante der Hallsonde konnte auf $R_{Hall} = 32,55 \frac{cm^3}{As} \pm 6,516 \frac{cm^3}{As}$ bestimmt werden. Ferner ergibt sich für die Elektronendichte:

$R_H = \frac{1}{n \cdot e}$ => $n = \frac{1}{R_H \cdot e} = 1,917 \cdot 10^{23} \frac{Ladungstraeger}{m^3} = 1,917 \cdot 10^{17} \frac{Ladungstraeger}{m^3}$

4 Abhängigkeit zwischen Hallspannung und Hallstrom

4.1 Aufbau und Durchführung:

Der nächste Versuch beschäftigt sich damit, den proportionalen Zusammenhang zwischen Hallspannung und Hallstrom nachzuweisen. Das Vorgehen ist wie folgt:

Wir positionieren die Sonde im stärksten Punkte des Magnetfeldes und Messern unter Variationen des Hallstroms die Hallspannung. Dieses tun wir einmal mit und einmal ohne Magnetfeld

4.2 Messung und Beobachtung

Wir führten die Messung mit folgenden Werten durch:
$U_{KM} = 0{,}147V$

Für $I_{Spule} > 0$ **(**$B > 0$**):**

U_{Hall} ergibt sich hier wie weiter oben durch $U_{Hall} = P_{Komp} \cdot U_{KM}$

I_{Hall} in A	0,096	0,080	0,060	0,040	0,020
P_{Komp}	0,2	0,167	0,122	0,081	0,039
U_{Hall}	0,0294	0,0245	0,0179	0,0119	0,0057

Für $I_{Spule} = 0$ **(**$B = 0$**):**

I_{Hall} in A	0,096	0,080	0,060	0,040	0,020
P_{Komp}	0,072	0,061	0,045	0,028	0,019
U_{Hall}	0,0106	0,0090	0,0066	0,0041	0,0028

ΔU_{Hall} beläuft sich auf ca. $1{,}0 \cdot 10^{-4} V$ (also näherungsweise 1,6%)

4.3 Auswertung:

Da wir hier rein qualitativ über das Verhältnis zwischen Hallstrom und Hallspannung urteilen wollen, verzichten wir an dieser Stelle auf tiefreichende Fehlerrechnungen und höhere Messwertgenauigkeit, und verweisen lediglich auf die aufgezeichneten Kurven im Anhang.

4.4 Ergebnis:

Wie zu erwarten war, Zeichnet sich eine proportionale Beziehung zwischen dem Hallstrom und der Hallspannung ab.

5 Messung des Magnetfeldes einer kurzen Spule

Wir wollen nun das Magnetfeld einer kurzen Spule charakterisieren, indem wir die Feldstärke an verschiedenen Positionen über die Symmetrieachse verteilt aufzeichnen.

5.1 Theorie / Durchführung

Damit wir 1. einen klaren Zusammenhang zwischen Position der Hallsonde und Hallspannung und 2. eine Möglichkeit zum theoretischen (näherungsweisen) Überprüfen der gemessenen Werte haben, werden wir die Position innerhalb der Spule vom Spulenrand aus messen, der hier den Nullpunkt darstellen soll.
Für das B-Feld ergibt sich über die Hallspannung:

$$B = \frac{U_{Hall} \cdot d}{R_{Hall} \cdot I_{Hall}}$$

Über Gleichung (1) ergibt sich für B:

$$B = \tfrac{1}{2}\mu_0 I_{Spule} N \cdot (cos\vartheta_1 - cos\vartheta_2) = \tfrac{1}{2}\mu_0 I_{Spule} N \cdot (cos(atn\tfrac{r_{Spule}}{x}) - cos(2\pi - atn\tfrac{r_{Spule}}{L_{Spule}-x}))$$

Diese zweite Gleichung wurde (wie folgt) für einige Messwerte überprüft.

5.2 Messwerte / Beobachtungen

$U_{KM} = 0{,}148V$; $I_{Hall} = 0{,}096A$; $I_{Spule} = 1A$

x in cm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_{Komp}	0,146	0,162	0,176	0,186	0,196	0,196	0,192	0,188	0,180	0,168	0,154
U_{Hall} in V	0,0216	0,0240	0,0260	0,0278	0,0290	0,0290	0,0284	0,0278	0,0266	0,0249	0,0228
B_{Hall}	0,0173	0,0192	0,0208	0,0222	0,0232	0,0232	0,0227	0,0222	0,0213	0,0199	0,0182
$B_{Geometr.}$		0,00867	0,00986	0,0107	0,0113	0,0114	0,0113	0,0107	0,00986	0,00867	

Der Fehler von U_{Hall} liegt dabei ungefähr bei 1,6% (wie oben) - das entspricht ca. $\Delta U_{Hall} = 3{,}6 \cdot 10^{-4} V$

Somit erhält man für $\Delta B_{Hall} = \sqrt{(\frac{U_H}{R_H \cdot I_H} \cdot \Delta d)^2 + (\frac{d}{R_H \cdot I_H} \cdot \Delta U_H)^2 + (\frac{U_H \cdot d}{R_H^2 \cdot I_H} \cdot \Delta R_H)^2 + (\frac{U_H \cdot d}{R_H \cdot I_H^2} t \Delta I_H)^2}$

Dieser ist wegen der Ungenauigkeit von R_{Hall} und d von jeweils um die 20% recht groß. Auf eine genauere Berechnung wird hier verzichtet (siehe Auswertung...)

5.3 Auswertung

An dem Verlauf der gemessenen und berechneten Werte von B ist deutlich die uns bekannte Eigenschaft der Spule, ihr stärkstes Magnetfeld im Zentrum (Geometrischen Mittelpunkt) zu haben, zu erkennen.
Auch hier wird auf eine exakte Fehlerbetrachtung verzichtet, da diese für keiner weiteren Größenberechnung dienlich ist. Dennoch wollen wir kurz die Gründe für den deutlichen Unterschied zwischem berechnetem und gemessenem B-Wert deuten.
Es pflanzen sich in dieser Rechnung ja bereits alle Fehler fort, die bei der Berechnung der Hallkonstante auftraten - wir erinnern uns: dies war immerhin eine Messabweichung von über 20%.

Ferner kommen neue Ablese- oder Geräts-Ungenauigkeits-Fehler hinzu, die das Ergebnis weiter verfälschen können.
Jedoch ist auffällig, dass die Werte der berechneten und gemessenen B-Feldstärke sich um ungefähr einen Faktor von 2 unterscheiden. Dies deutet stark auf einen Fehler in den Formeln hin. Dieser (sollte er existieren) konnte von uns aber, trotz Inspektion nicht festgestellt werden. Die Ursache dieses Fehlers bleibt daher ungeklärt.

5.4 Ergebnis

Bis auf einen mysteriösen Faktor 2 ist qualitativ das zu erwartende Ergebnis eingetreten. Man sieht deutlich die zum Mittelpunkt hin anwachsende Kurve der Feldstärke.

6 Messung des Widerstandes der Hallsonde

In diesem Versuchteil messen wir den Widerstand der Hallsonde mit Hilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung. Aus dem gemessenden Widerstand berechnen wir dann den Versatz Δx der Leiter zur Hallspannungsmessung aus. Dazu müssen wir erstmal unsere Schaltung umbauen. Als erstes entfernen wird die Hallsondenstromversorgung und legen dann den Schalter S_R um, damit die Schaltung zu einer Wheatschtoneschen Brückenschaltungen wird. Dabei fällt die Spannung U_{KM} ab, da der Strom am Widerstand P_M größer wird und daher zwischen Spannungsquelle und U_{KM} Buchse eine höhere Potentialdifferenz ensteht. Als nächstes wurde R_0 auf 50Ω gemessen mit einem Ohmmeter. Da dieser Wert mit einen Ohmmeter gemessen worden ist der Fehler auch hoffentlich vernachlässigbar klein. Als nächstes haben wir den Wheatschon Stromkreis mit Schalter S geschlossen. Nun regeln wir mit das Potentiometer P_K so dass die der Strom I_0 verschwindet. Dann können wir das Verhältnis von $\frac{R_1}{R_2}$ von P_K ablesen. Mit der Gleichung $R_x = R_0 \frac{R_2}{R_1}$ <=> $R_x = R_0 (\frac{R_1}{R_2})^{-1}$. Für P_K wurde 0.405 ± 0.02 abgelesen. Damit ergibt sich ein $R_x = 50(0.405)^{-1}\Omega = 123.5\Omega$ und ein absoluten Fehler von $\Delta R_x = \frac{-R_0}{P_K^2}\Delta P_K = \frac{50\Omega}{(0.405)^2}0.02 = 6.01\Omega$ welcher damit unter 6% liegt.

6.1 Berechnung des Versatzes Δx vom Leiter zur Hallspannungsmessung

Dieser Versatz entsteht dadurch das die Leiter wohlmöglich leich Versetzt angebracht sind in der Stromrichtung angebracht sind. Daher ist U_H auch nicht 0 wenn B = 0 ist. Δx läßt sich mit der Gleichung $\frac{U_G}{l} = \frac{U_{H0}}{\Delta x}$ berechen und $U_G = I_H R_H = 0.096A \cdot 123.5\Omega = 11.856V$ mit einem mittleren absoluten Fehler von $\Delta U_G = \sqrt{I_H^2 \Delta R_H^2 + R_H^2 \Delta I_H^2} = \sqrt{(0.096V \cdot 6.01\Omega)^2 + (123.5\Omega \cdot 0.002A)^2} = 0.627V$ welches auch einen Fehler kleiner als 6% ergibt. Die Spannung U_{H0} ist bei Ausgeschalteten Magnetfeld die Potential differenz inder Hallsonde, die durch den Widerstand verursacht wird. Also ist $\Delta x = l\frac{U_{H0}}{U_G} = 0.008m\frac{0.0106V}{11.9V} = 7.13 \cdot 10^{-6}m$ und der mittlere absolute Fehler ist

$$\Delta\Delta x = \sqrt{\frac{U_{H0}^2}{U_G^2}\Delta l^2 + \frac{l^2}{U_G^2}\Delta U_{H0}^2 - l^2\frac{U_{H0}^2}{U_G^4}\Delta U_G^2}$$
$$= \sqrt{(\frac{0.0106V}{11.9V}0.0005m)^2 + (\frac{0.008m}{11.9V}10^{-4}V)^2 - (0.008m\frac{0.0106V}{(11.9V)^2})^2} = 7.49 \cdot 10^{-7}m$$

und daher ein Fehler von ca 11% was doch ein relativ großer Fehler ist. Was aber in anbetracht der größe dieser Dimension doch eher eine unbedeutene Rolle spielt.

Anhang A Bildquellen

Versuchsaufbauten Anleitungsheft

Oszillograph Digitalkamera